級の大きい優勢木を構造材に用い，径級の小さい劣勢木を原料材に向けることがのぞましいが，環孔材樹種の広葉樹林では，むしろその反対になるものと思われる.

(3) 原料材生産目的の針葉樹林では，主間伐材積の平均成長量が最大となる時期よりも幾分伐期齢を高くして全乾重量収穫量の最大期を基準とすべきである．これに対して環孔材樹種の広葉樹林では，構造材の場合よりも原料材に向ける場合の伐期齢を幾分低くすべきである.

このような立場からみると，これからの林業経営においては，生産目的を構造材，原料材，燃料材に大別し，その目的にそつて樹種を選択するとともに，それぞれ材積，重量，熱量の生産が最大となるように施業し，それらの生産量が最大となる伐期齢を基準とすることがのぞましく，特に原料材生産林については全乾重量の平均成長量が最大となる施業方法と伐期齢を検討すべきであろう.

---

18 単木の材積成長と重量成長の関係について

—単木の重量成量経過の推定 (4)—

九大農学部　飯　塚　寛

この報告は，総成長曲線式に $\log GZ = b_0 + b_1\left(\frac{1}{x}\right)$ ① を適用して考察した結果を総括したものである．ただし GZ：総成長，x：年令，b_0 および b_1：常数とし，常用対数を用いる.

1〕 $\log GZ = b_0 + b_1\left(\frac{1}{x}\right)$ の性質の検討

$$\log GZ = b_0 + b_1\left(\frac{1}{x}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$GZ = 10^{b_0 + b_1\left(\frac{1}{x}\right)} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(2)式は常に負の値をしめさない.

(2)式において $b_0>0$, $b_1>0$ の場合，$x\to 0$ および $x\to\infty$ の極限値は それぞれ $\lim_{x\to 0} GZ = \infty$ および $\lim_{x\to\infty} GZ = 10$ であり，$b_0>0$, $b_1<0$ の場合，その 0 および∞における極限値は それぞれ $\lim_{x\to 0} GZ = 0$ および $\lim_{x\to\infty} GZ = 10$ である.

したがつて(2)式は，$b_0>0$, $b_1<0$ の場合に原点から始まり，$GZ=10$ という漸近線をもつことになる.

さらに(2)式の第一次導函数すなわち連年成長曲線式 (Z) を求めると，

$$Z = \frac{(-b_1)\cdot 10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}}{x^2 \log e} \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

となり，$b_1<0$ であるから(3)式は常に正，したがつて(2)式は年令 x の増加函数である.

次に(3)式の第一次導函数を求めると

$$\frac{d}{dx}Z = \frac{(-b_1)\cdot 10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}}{x^3 \log e}\cdot\left\{\frac{-b_1}{x\cdot\log e} - 2\right\} \quad (4)$$

となり，(3)式の勾配は $x = \frac{(-b_1)}{2\log e}$ で 0，$x\to 0$ および $x\to\infty$ ではそれぞそ正および負である．したがつて連年成長曲線式は

$x_Z = \frac{(-b_1)}{2\log e}$ において最大値をしめす.

総平均成長曲線式 (DZ) は(2)式を年令 x で除したものである.

$$DZ = \frac{10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}}{x} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

第一次導函数を求めると

$$\frac{d}{dx}DZ = \frac{10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}}{x^2\log e}\cdot\left\{\frac{(-b_1)}{x} - \log e\right\} \cdots\cdots (6)$$

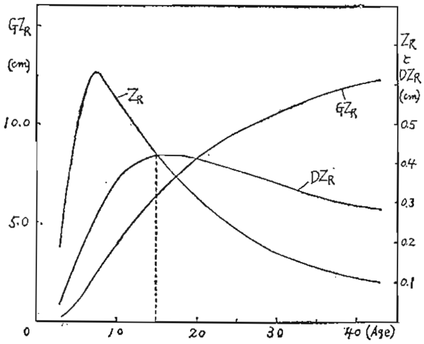
となり，(5)式の勾配は $x = \frac{(-b_1)}{\log e}$ で 0，$x\to 0$ および $x\to\infty$ ではそれぞれ正および負である．したがつて総平均成長曲線式は

$x_{DZ} = \frac{(-b_1)}{\log e}$ において最大値をしめす.

以上の検討の結果 $\log GZ = b_0 + b_1\left(\frac{1}{x}\right)$ は一般的な成長曲線式の条件を満足させると考えることができる.

一例として43年生スギの樹幹析解資料から胸高半径実測値に基ずく実験式 $\log GZ_R = 1.2419 - 6.4750\left(\frac{1}{x}\right)$ すなわち $GZ_R = 10^{1.2419-6.4750\left(\frac{1}{x}\right)}$ による曲線をしめす．実験式で Z_R の最大になる年令 $x_{ZR} = \frac{6.4750}{2\log e} \fallingdotseq 7.45$ (年), DZ_R の最大になる年令 $x_{DZR} = \frac{6.4750}{\log e} \fallingdotseq 14.91$(年)である．$\log e = 0.434297$ である.

43年生スギ胸高半径成長
実験式による成長曲線



以下，この成長曲線の一般式にもとずき単一円板に代表される区間の材積および重量の成長経過の関係を考察する．

2〕 半径成長

$$\log GZ_R = b_0 + b_1\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$GZ_R = 10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}$$

$$Z_R = \frac{(-b_1)\cdot 10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}}{x^2 \log e}$$

$$DZ_R = \frac{10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}}{x}$$

$$Z_R - DZ_R = 0$$

$$\frac{10^{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)}}{x}\cdot\left\{\frac{(-b_1)}{x\log e}-1\right\}=0$$

したがつて総平均成長は $x_{DZR}=\frac{-b_1}{\log e}$ において最大値をしめす．なお $x_{DZR}=2\cdot x_{ZR}$ の関係がある．

3〕 円面積成長

$$GZ_F = \pi\cdot GZ_R^2 = \pi\cdot 10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}$$

$$Z_F = \frac{2\pi\cdot(-b_1)10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}}{x^2\log e}$$

$$\frac{d}{dx}Z_F = \frac{4\pi\cdot(-b_1)\ 10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}}{x^3\log e^2}\cdot\left\{\frac{(-b_1)}{x}-\log e\right\}$$

したがつて連年成長は $x_{ZF}=\frac{-b_1}{\log e}$ において最大値をしめす．

$$DZ_F = \frac{\pi\cdot 10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}}{x}$$

$$Z_F - DZ_F = 0$$

$$\frac{\pi\cdot 10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}}{x}\left\{\frac{2(-b_1)}{x\log e}-1\right\}=0$$

また総平均成長は $x_{DZF}=\frac{2(-b_1)}{\log e}$ において最大値をしめす．$x_{DZF}=2\cdot x_{ZF}$ という関係は変らないが，半径成長の x_{DZR} および x_{ZR} を基準にとればそれぞれの2倍で，総平均成長が最大に達するのに面積成長は半径成長の2倍の期間を要する．

4〕 高さHの円柱体の材積成長

$$GZ_V = \pi\cdot H\cdot GZ_R^2 = \pi\cdot H\cdot 10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}$$

$$Z_V = \frac{2\pi\cdot H\cdot(-b_1)\ 10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}}{x^2\log e}$$

連年成長および総平均成長がそれぞれ最大値をしめす x_{ZV} および x_{DZV} は，$x_{ZV}=\frac{-b_1}{\log e}$，$x_{DZV}=\frac{2(-b_1)}{\log e}$ で円面積成長の場合と変らない．

5〕 円柱体の重量成長

秋材率 $a=A+B\cdot Z_R(A,B$：常数$)$ の関係が成立し材の容積密度数 $R_0=\alpha+a(\beta-\alpha)$ であらわされるとする（α：春材容積密度数，β：秋材容積密度数）．

$$Z_W = R_0\cdot Z_V = \{\alpha+a(\beta-\alpha)\}\cdot\frac{2\pi\cdot H\cdot(-b_1)10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}}{x^2\log e}$$

$$GZ_W = \int R_0\cdot Z_V dx$$

i) $a=A+B\cdot Z_R$ おいて $B=0$ の場合

$$Z_W = \{\alpha+A(\beta-\alpha)\}\cdot Z_V$$

$$GZ_W = \{\alpha+A(\beta-\alpha)\}\cdot GZ_V$$

$$DZ_W = \{\alpha+A(\beta-\alpha)\}\cdot\frac{GZ_V}{x}$$

$$Z_W - DZ_W = 0$$

$$\frac{\{\alpha+A(\beta-\alpha)\}\cdot\pi\cdot H\cdot 10^{2\left\{b_0+b_1\left(\frac{1}{x}\right)\right\}}}{x}\cdot\left\{\frac{2(-b_1)}{x\log e}-1\right\}=0$$

$x_{DZW}=\frac{2(-b_1)}{\log e}$ において最大値をしめし，材積成長の場合に等しい．

ii) $a=A+B\cdot Z_R$の場合

$$Z_W = \{\alpha+A(\beta-\alpha)\}\cdot Z_V + B(\beta-\alpha)\cdot Z_R\cdot Z_V$$

$$GZ_W = \{\alpha+A(\beta-\alpha)\}\cdot GZ_V + B(\beta-\alpha)\int Z_R\cdot Z_V dx$$

この段階で成長曲線を代数函数であらわした場合②と同種の困難に遭遇することになつた．

結局，春秋材間に容積密度数の相違があつても秋材率を一定とすれば，材積と重量の成長経過に差はないが，秋材率が年輪巾によつて異なる場合には差のあることも一致することもありうるといえよう．

---

(1) Bruce and Schumacher : Forest Mensuration, 1950. p. 380.
(2) 単木の重量成長経過の推定　(3) 支部講演集 1961