た。そのためプロット上で測定された全立木（スギ，ヒノキ，広葉樹とも）1066本の樹冠直径平均を大標本として前記回帰式に入れる。

	樹冠直径 (m)										
	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	計
本数(f)	70	87	99	140	202	159	140	87	55	21	61	1066

これより大標本の平均およびその分散は

$$\begin{cases} \bar{x}_L = \dfrac{S(xf)}{S(f)} = \dfrac{2223}{1066} = 2.0853 \\ V(\bar{x})_L = \dfrac{S(fx^2) - \bar{x}S(fx)}{1065 \times 1066} \\ \quad = \dfrac{6018.50 - 2.0853 \times 2223}{1065 \times 1066} = 0.001218 \end{cases}$$

したがって平均 core 長は

$$Y = 1.5656 + 0.3702(2.0853 - 2.2677)$$
$$= 1.4981\,cm$$

となり　その分散は

$$V(Y) = V(1.5656) + V(0.3702)(0.1842)^2$$
$$+ (0.3702)^2(0.001218) = 0.00097638$$
$$+ 0.00074744 \times 0.0333 + 0.1370 \times 0.001218$$
$$= 0.00116814$$

である。

コアー長は10年間分であり，かつ半径方向であるから，これを0.2倍して直径方向1年分の生長量を出すと

$$0.2 \times 1.4981 = 0.29962\,cm,$$

その分散は

$$0.04 \times 0.00116814 = 0.00004673$$

となる。別に27プロット（0.05 ha　プロット）の直径分布と単木材積の合計から ha 当り材積は

$$\frac{726.6849}{1.35} = 538.2851\,m^3/ha$$

また1 cm直径階進級増加分1066本について樹種をコミにしてこの林分全体の材積増を50.635m^3として，1年当り材積増加量を平均的に計算すると前記直径生長量を乗じて，50.635×0.2996=15.1702 m^3となる。すなわち1ha当り生長量は

$$\frac{15.1702}{1.35} = 11.2371\,m^3$$

となる。したがって現在この林分においては ha 当り538m^3，生長量11m^3，生長率は2.088％となっており，この増加量の推定に対して直径生長量推定の誤差は2.9962mm ±0.068 mmで2.26％であるからかなり精度のよい推定がなされたことゝなる。

以上の検討をへてプロット毎に生長量と樹冠因子にもとずいて回帰推定を実施することは十分期待できるので今後この方法で計算をすゝめてゆく計画である。

18. 単木の材積成長と重量成長の関係について

九大農学部　飯　塚　寛

樹幹析解における区分材積について、それを代表する円板の半径総成長 GZ_R が年令 x の関数 $\log GZ_R = a - b\left(\frac{1}{x}\right)$ として与えられるとき、その区分材積の連年成長および総平均成長が最大に達する年令は、夫々 $x = \frac{b}{\log e}$ および $x = \frac{2b}{\log e}$ ($\log e \fallingdotseq 0.4343$) であること、また春、秋材容積密度数 r_{f0} および r_{s0} が円板毎に一定であり、秋材率 s が半径連年成長 Z_R（年輪巾）について一定であるとするならば、その重量連年成長および総平均成長の夫々が最大に達する年令は材積成長のそれらの年令に一致することはすでに理論的に検討した。（九州支部大会講演集 №16　1962）

この報告ではそれに引続き、秋材率 s が半径連年成長 Z_R の1次関数 $s = A + B \cdot Z_R$ としてあらわされる場合の樹幹の区分材積およびその重量の成長経過の関係について述べる。

I　連年成長

材の容積密度数 R は $R = r_{f0} + (A + B \cdot Z_R) \cdot (r_{s0} - r_{f0})$ として与えられ、重量連年成長 Z_W は

$$Z_W = [r_{f0} + A(r_{s0} - r_{f0})] \frac{2\pi b \cdot 10^{2[a - b(\frac{1}{x})]}}{(\log e) \cdot x^2} \cdot \ell$$

$$+B(r_{so}-r_{fo})\ \frac{2\pi b^2\cdot 10^{3[a-b(\frac{1}{x})]}}{[(\log e)\cdot x^2]^2}\cdot \ell$$

すなわちRと材積連年成長の積である。

Zwが最大に達する年令は、xに関するZwの第1次導関数Z′w

$$Z'w=[r_{fo}+A(r_{so}-r_{fo})]\frac{4\pi b\cdot 10^{2[a-b(\frac{1}{x})]}}{[(\log e)\cdot x^2]^2}[b-(\log e)x]\cdot \ell$$

$$+B(r_{so}-r_{fo})\ \frac{2\pi b^2\cdot 10^{3[a-b(\frac{1}{x})]}}{[(\log e)\cdot x^2]^3}[3b-4(\log e)\cdot x]\cdot \ell$$

を0にするxによって与えられるが、これを直接に求めるのではなく間接的に材積および重量の連年成長経過を比較する。

いまZ′wをf(x)であらわし、右辺第2項を0にする$x=\frac{3b}{4\ \log e}$、第1項を0にする$x=\frac{b}{\log e}$を夫々代入すれば、

$$f\left(\frac{3b}{4\ \log e}\right)=[r_{fo}+A(r_{so}-r_{fo})]\left(\frac{4}{3}\right)^4\cdot\left(\frac{\log e}{b}\right)^2\pi\cdot 10^{2[a-\frac{4}{3}(\log e)]}\cdot \ell$$

$$f\left(\frac{b}{\log e}\right)=-B(r_{so}-r_{fo})\cdot\frac{2\pi(\log e)^3\cdot 10^{3[a-(\log e)]}}{b^3}\cdot \ell$$

となり、$f\left(\frac{3b}{4\ \log e}\right)$は常にプラス、したがって重量連年成長は $x=\frac{3b}{4(\log e)}$ においては増加の状態にある。

$f\left(\frac{b}{\log e}\right)$ は、$B\cdot(r_{so}-r_{fo})>0$、すなわち秋材率 s は年輪巾 Z_R が大きい程大きく、秋材容積密度数 r_{so} が春材のそれ r_{fo} よりも大きい場合、あるいは s は Z_R が大きい程小さく、r_{so} が r_{fo}よりも小さい場合はマイナス、したがって重量連年成長は$x=\frac{b}{\log e}$においては最大に達した後の減少の状態にあり、$B\cdot(r_{so}-r_{fo})<0$、すなわち s は Z_R が大きい程大きく、r_{so} が r_{fo} よりも小さい場合、あるいは s は Z_R の大きい程小さく、r_{so} が r_{fo} よりも大きい場合はプラス、したがって重量連年成長は $x=\frac{b}{\log e}$ においては最大に達する前の増加の状態にある。換言すれば、$B\cdot(r_{so}-r_{fo})>0$の場合重量連年成長が最大に達する年令は材積成長のそれ $x=\frac{b}{\log e}$よりも早く、逆に $B\cdot(r_{so}-r_{fo})<0$ の場合は遅くなる。

II 総成長

重量総成長 GZw は重量連年成長 Zw を 0 年からある年令まで積分することによって

$$GZw=[r_{fo}+A(r_{so}-r_{fo})]\pi\cdot 10^{2[a-b(\frac{1}{x})]}\cdot \ell$$

$$+B(r_{so}-r_{fo})\left[\frac{2(\log e)^2x^2+6b(\log e)x+9b^2}{27\ b\ (\log e)\cdot x^2}\right]2\pi\, 10^{3[a-b(\frac{1}{x})]}\cdot \ell$$

となり、その曲線の変曲する年令は連年成長の項において検討したように材積成長のそれ$x=\frac{b}{\log e}$とは異なり、$B\cdot(r_{so}-r_{fo})>0$の場合は早く、逆に$B\cdot(r_{so}-r_{fo})<0$ の場合は遅くなる。

III 総平均成長

重量総平均成長 DZw は重量総成長 GZw を年令 x で割ることによって

$$DZw=[r_{fo}+A(r_{so}-r_{fo})]\frac{\pi\cdot 10^{2[a-b(\frac{1}{x})]}}{x}\cdot \ell$$

$$+B(r_{so}-r_{fo})\left[\frac{2(\log e)^2x^2+6b(\log e)x+9b^2}{27\ b\ (\log e)\cdot x^3}\right]2\pi\cdot 10^{3[a-b(\frac{1}{x})]}\cdot \ell$$

となる。

DZw が最大に達する年令は、x に関する DZw の第1次導関数 DZ′w

$$DZ'w=[r_{fo}+A(r_{so}-r_{fo})]\cdot\frac{\pi\cdot \ell\cdot 10^{2[a-b(\frac{1}{x})]}}{(\log e)\cdot x^3}[2b-(\log e)x]$$

$$+B(r_{so}-r_{fo})\cdot\left[\frac{27b^3-9b^2(\log e)\cdot x-6b(\log e)^2x^2-2(\log e)^3x^3}{27\ b\ (\log e)^2\ x^5}\right]\cdot 2\pi\cdot 10^{3[a-b(\frac{1}{x})]}\cdot \ell$$

を0にするxによって与えられる。

いま DZ′w を f(x) であらわし、右辺第2項を0にする $x=\frac{1.322b}{\log e}$、第1項を0にする $x=\frac{2b}{\log e}$を夫々代入すれば、

$$f\left(\frac{1.322b}{\log e}\right)=[r_{fo}+A(r_{so}-r_{fo})]\left(\frac{\log e}{1.322b}\right)^2\cdot\frac{0.679}{1.322}\pi\cdot 10^{2\left[a-\frac{\log e}{1.322}\right]}\cdot\ell$$

$$f\left(\frac{2b}{\log e}\right)=-B(r_{so}-r_{fo})\left(\frac{\log e}{2b}\right)^3\cdot\frac{31}{54}\pi\cdot 10^{3\left[a-\frac{\log e}{2}\right]}\cdot\ell$$

となり、 $f\left(\frac{1.322b}{\log e}\right)$ は常にプラス、したがって重量総平均成長は $x=\frac{1.322b}{\log e}$ においては増加の状態にある。

$f\left(\frac{2b}{\log e}\right)$ は、 $B\cdot(r_{so}-r_{fo})>0$ の場合はマイナス、したがって重量総平均成長は $x=\frac{2b}{\log e}$ においては最大に達した後の減少の状態にあり、$B\cdot(r_{so}-r_{fo})<0$ の場合はプラス、したがって重量総平均成長は最大に達する前の増加の状態にある。換言すれば、$B\cdot(r_{so}-r_{fo})>0$ の場合重量総平均成長が最大に達する年令は材積成長のそれ $x=\frac{2b}{\log e}$ よりも早く、逆に $B\cdot(r_{so}-r_{fo})<0$ の場合は遅くなる。

Ⅳ 結　　論

秋材率 s が半径連年成長 Z_R の1次関数としてあらわされる場合、材積成長経過と重量成長経過は一致すると考えることはできず、後者の前者に対する関係は、s の Z_R に対応する変化の仕方および春、秋材容積密度数 r_{fo}, r_{so} 相互の大きさによって決まる。すなわち $B\cdot(r_{so}-r_{fo})>0$ の場合、重量の連年、総平均および総成長の最大値あるいは変曲点は材積成長の場合より早い時期において出現し、逆に $B\cdot(r_{so}-r_{fo})<0$ の場合は遅い時期において出現する。

19. 林分の平均樹高測定の基礎理論

林業試験場九州支場　甲斐原一朗
森田栄一

ま え が き

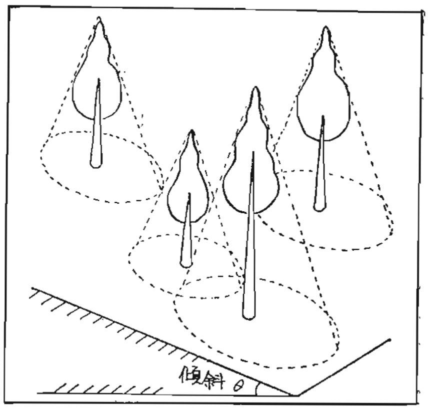
確率論の1つとしての「幾何学的確率論」あるいは「積分幾何学」は、たとえば胸高直径、樹高の平均を推定する場合、それらを数量化することなく、直径、樹高を1つの図形と考えてその平均を推定することを可能とする。いわゆるビッタリッヒ法もその応用の1つであるが、筆者らは林分の平均樹高推定に幾何学的確率論を適用することを試みた。

なおこの理論を光学器械として実用化したものに Jukoscope がある。

測 定 の 原 理

イ）　対象林分において、立木の梢端から一定角の円錐形の帽子をかぶせたと仮定すれば、地面上には楕円（水平の時は円…以下同じ）の投影ができ、われわれはこの投影を幾何学的確率論における「固定図形」と考えるのである。（図1　参照）

第 1 図



その投影楕円の円周は

$$Li=4a\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}\,d\varphi$$

$$\left(e^2=1-\frac{b^2}{a^2}\right)$$

$$=2a\pi\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2e^2-\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\frac{e^4}{3}-\cdots\cdots\right.$$