

$$f\left(\frac{1.322b}{\log e}\right) = [r_{f_0} + A(r_{s_0} - r_{f_0})] \left(\frac{\log e}{1.322b}\right)^2 \cdot$$

$$\frac{0.679}{1.322} \pi \cdot 10^2 \left[ a - \frac{\log e}{1.322} \right] \cdot \ell$$

$$f\left(\frac{2b}{\log e}\right) = -B(r_{s_0} - r_{f_0}) \left(\frac{\log e}{2b}\right)^3 \cdot$$

$$\frac{31}{54} \pi \cdot 10^3 \left[ a - \frac{\log e}{2} \right] \cdot \ell$$

となり、 $f\left(\frac{1.322b}{\log e}\right)$  は常にプラス、したがって重量総平均成長は  $x = \frac{1.322b}{\log e}$  においては増加の状態にある。

$f\left(\frac{2b}{\log e}\right)$  は、 $B \cdot (r_{s_0} - r_{f_0}) > 0$  の場合はマイナス、したがって重量総平均成長は  $x = \frac{2b}{\log e}$  においては最大に達した後の減少の状態であり、 $B \cdot (r_{s_0} - r_{f_0}) < 0$  の場合はプラス、したがって重量総平均

成長は最大に達する前の増加の状態にある。換言すれば、 $B \cdot (r_{s_0} - r_{f_0}) > 0$  の場合重量総平均成長が最大に達する年令は材積成長のそれ  $x = \frac{2b}{\log e}$  よりも早く、逆に  $B \cdot (r_{s_0} - r_{f_0}) < 0$  の場合は遅くなる。

#### IV 結 論

秋材率  $s$  が半径連年成長  $Z_R$  の 1 次関数としてあらわされる場合、材積成長経過と重量成長経過は一致すると考えることはできず、後者の前者に対する関係は、 $s$  の  $Z_R$  に対応する変化の仕方および春、秋材容積密度数  $r_{f_0}, r_{s_0}$  相互の大きさによって決まる。すなわち  $B \cdot (r_{s_0} - r_{f_0}) > 0$  の場合、重量の連年、総平均および総成長の最大値あるいは変曲点は材積成長の場合より早い時期において出現し、逆に  $B \cdot (r_{s_0} - r_{f_0}) < 0$  の場合は遅い時期において出現する。

### 19. 林分の平均樹高測定の基礎理論

林業試験場九州支場 甲斐原一朗  
森田栄一

#### まえがき

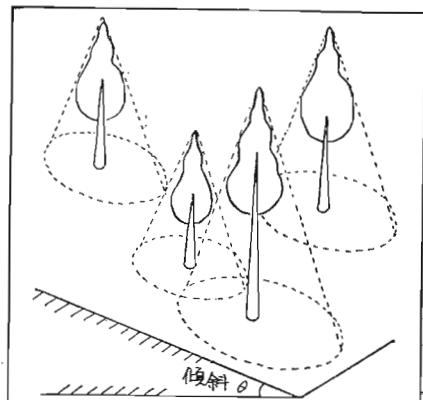
確率論の 1 つとしての「幾何学的確率論」あるいは「積分幾何学」は、たとえば胸高直径、樹高の平均を推定する場合、それらを数量化することなく、直径、樹高を 1 つの图形と考えてその平均を推定することを可能とする。いわゆるビッタリッヒ法もその応用の 1 つであるが、筆者らは林分の平均樹高推定に幾何学的確率論を適用することを試みた。

なおこの理論を光学器械として実用化したものに Jukoscope がある。

#### 測定の原理

イ) 対象林分において、立木の梢端から一定角の円錐形の帽子をかぶせたと仮定すれば、地面上には梢円（水平の時は円…以下同じ）の投影ができ、われわれはこの投影を幾何学的確率論における「固定图形」と考えるのである。（図 1 参照）

第 1 図



その投影梢円の円周は

$$Li = 4a \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi} d\varphi$$

$$(e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2})$$

$$= 2a\pi \left\{ 1 - (\frac{1}{2})^2 e^2 - (\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4})^2 \frac{e^4}{3} - \dots \right.$$

$$\dots - \left( \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)} \right)^2 \frac{e^{-2n}}{2n-1} - \dots \quad (\text{i})$$

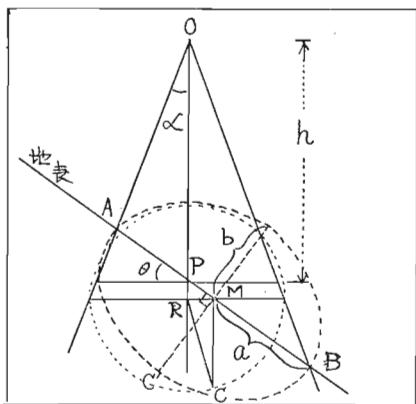
で求められる、ただし梢端からかぶせた定角を $\alpha$ 、地表の傾斜角を $\theta$ 、樹高を $h$ とすれば、

$$a = h \frac{\sin\alpha \cos\alpha \cos\theta}{\cos(\theta+\alpha)\cos(\theta-\alpha)}$$

$$b = h \frac{\sin \alpha \cos \theta}{\sqrt{\cos(\theta + \alpha) \cos(\theta - \alpha)}}$$

(図2 参照)

第 2 図



ロ) 全林木についての Li の合計  $L_0$  がわかれれば樹高の合計がわかるが、 $L_0$  の推定に積分幾何学におけるボアレカレーの定理を適用する。

定理「2つの曲線  $C_0, C_1$  があって、 $C_0$  は平面上に固定し、 $C_1$  は平面上を動くものとする。

$C_0, C_1$  の交点数を  $n$ ,  $C_0, C_1$  の長さをそれぞれ  $L_0, L_1$  とすれば、 $\int n dk = 4L_0 L_1$  ただし

$$dk = (dxdy d\theta) \rfloor$$

われわれの場合、前述の投影梢円の総体を  $C_0$ 、したがって円周の合計を  $L_0$ 、林分上に無作為にひかれた一定長の直線（標本線という）を  $C_1$  と考えればよい、林分の面積を  $T$  にとれば  $\int dk = \int dx dy d\theta$

$= 2\pi T$  であるから、 $\int n dk / \int dk$  すなわち投影  
楕円と標本線との交点数の平均  $n'$  を測定すれば、

$$n' \pi T = 2 L_0 L_1$$

って  $L_0$  が推定さ

#### 八) 投影輪図と標本線との

次に、被写体用の標本線との交点を定める方法としては、図3のような平面XOPを考えて、この平面が切る立木の数をかぞえればよい、ただしOPは標本線で $\alpha$ は前述の定角でこれを光学的に工夫したものがJukoscopeである。

## 交点数の考え方

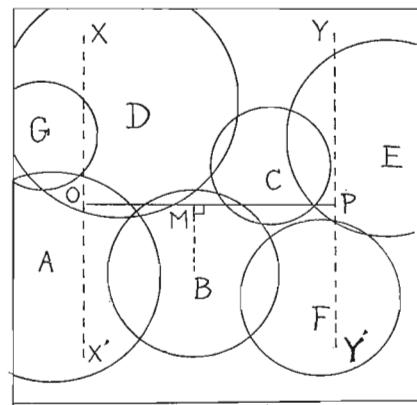
交点は立木と線分の相対位置の関係から次の 3 つに分

けることができる。

#### A 線分と2つの交点をもつ場合

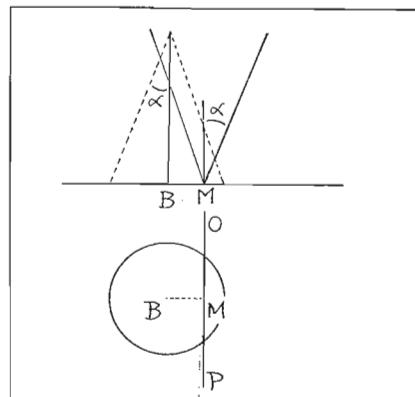
線分  $OP$  の両端  $O, P$  と直交する  $XX', YY'$  の間にあって、しかも線分  $OP$  上の各点から頂角  $\alpha$  と同じ逆円錐形の投影を想像し、その投影と樹幹が交わる時(図3、4参照、図3のB、C)

第 3 回



簡単にするため 円で表わす

第 4 図



簡単にするために円で表わす

### B-Aの中で1つの交直となる場合

Aで考えた中には線分  $OP$  の両端に近いため 1 点が  $OP$  の延長上に飛び出してあらわれない場合が含まれる、すなわち点  $O$ 、 $P$  の各点からの逆円錐と樹幹が交わる時で  $XOPY$ 、 $X'OPY'$  の区域内にある。

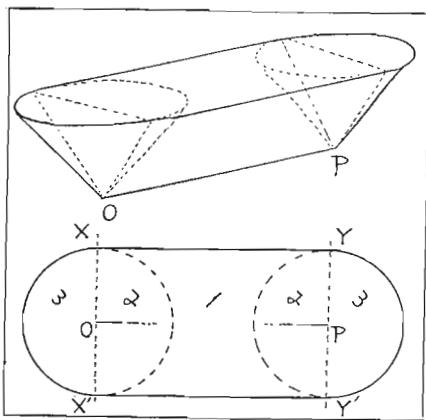
(図3のD)

#### C 外側から1点で交わる場合

Bの説明の逆で XOPY、X'OPY' の区域外であって点 O、P の逆円錐と交わる場合。(図3のA、E)さらに簡単に補足すれば、林分の全立木の樹高を一定と考えると、線分 OP と交わる立木の範囲は、点 O

に逆円錐を立てて点 P まで動かした時の軌跡の中にある、前の 3 種の交点の関係位置もそれぞれ軌跡内で区分できる。(図 5 参照)

第 5 図



簡単にするため 円で表わす

したがって、線分と椭円の交点数は、上記の 3 種に該当する立木本数によって、次のように表わされる。

$$\text{交点数 } n' = 2A - B + C$$

以上のことから平均樹高は、次の算定式となる。

別 表

K の 係 数 表

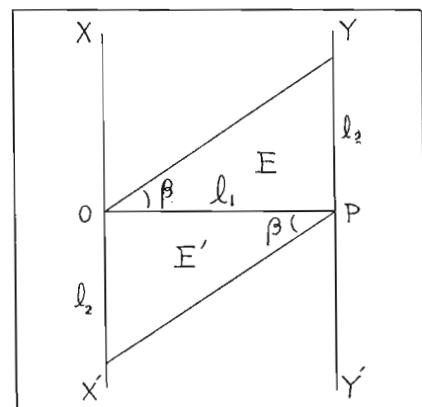
$\theta/\alpha$	15°	20°	25°	30°
0°	0.9330564	0.6869152	0.5361453	0.4331464
	26300	5428	58061	27929
	22036	1704	54669	24394
	17771	57980	51278	20859
	13507	4256	47885	17324
5	0.9309243	0.6850532	0.5344494	0.4313789
	296150	39446	34288	303685
	83058	28360	24082	293581
	69965	17275	13876	283478
	56873	06189	03670	273374
10	0.9243780	0.6795103	0.5293464	0.4263270
	21532	76354	75907	46104
	199285	57606	58350	28939
	177037	38857	40794	211773
	154790	20109	23237	194608
15	0.9132542	0.6701360	0.5205680	0.4177442
	100723	673953	180338	52420
	068903	46547	154996	27399
	037084	19140	129654	02377
	005264	591734	104312	077356
20	0.8973445	0.6564327	0.5078970	0.4052334
	28915	27927	44851	18362
	884385	491528	10731	3984490
	39855	455128	4976612	50618
	795325	418729	42492	16746

$$h = n'/2k \cdot l_2/E + E' = K \cdot n' \cdot l_2/E + E'$$

(k は式(i)の  $1/\pi$   $K = \frac{1}{2}k$ )

( $l_2$   $E+E'$  図 6 参照)

第 6 図



すなわち、任意の調査点を定め、線分  $l_1$  との交点数と  $l_2$  との平行四辺形内の本数 ( $E+E'$ ) を求め、別表の K の係数表を用いれば、林分平均樹高が算出される。

25	0.8750795 698314 45833 593352 40871	0.6382329 35422 288515 41609 194702	0.4908373 4864111 19848 775586 731323	0.3882874 38477 794080 49683 05287
30	0.8488390 20442 352494 284547 216599	0.6147795 088578 29361 5970144 910927	0.4687061 30603 574144 517686 4461227	0.3660890 603737 546584 489431 432278
35	0.8148651 065280 7981909 898537 15166	0.5851710 778236 704762 631287 557813	0.4404769 333788 262807 191826 120845	0.3375125 02201 229277 156353 083429
40	0.7731795 629464 527134 424803 322473	0.5484339 393012 301685 210358 119031	0.4049864 3960292 870721 781149 691578	0.3010505 2916786 823067 729348 635629
45	0.7220142	0.5027704	0.3602006	0.2541910

## 20. 写真機による林分平均樹高の推定

林業試験場九州支場 甲斐原一朗  
佐伯岩雄

### まえがき

最近 Bitterlich 法の原理に基き、写真利用による ha 当り胸高断面積の推定が高田氏により報告されているが、筆者らは甲斐原・森田の「林分平均樹高測定の基礎理論」に基き、写真撮影による平均樹高測定を試み良好な結果を得たので報告する。

### 1、使用カメラ

- 1) アサヒペンタックス SV (広角)
- 2) 三脚、エレベーター式で水平角、高低角つき。

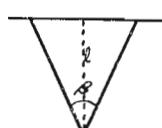
### 2、準備作業

- 1) 写真機の縦横の視角をきめる。(第1図)
- 2) 視角がきまれば第2図の様に  $\ell_1$  を 10m とし  $\ell_2$  の長さをきめる。
- 3) 次に第2図の X Y をはさむ様に写真機を据付けそれより写真機を仰角 75° に向け写真上で B B' 線を

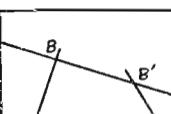
きめる。(第3図)

4) (3) と同様な角度の円(第4図)を写真上できめる。

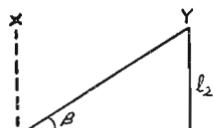
第1図



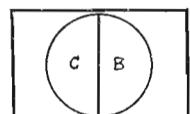
第3図



第2図



第4図



### 3、測定方法 Jukohscope の方法に準ずる

- 1) 対象林地内に標本点を無作為にとり、この標本点に写真機を水平に 120cm の高さに据付け斜面に対して水平方向 (10m) に第1ポールを立て、ファインダーの中心を第1ポールに合せる。