取り上げた3種の受光量表示のうち、装置による相違のないものがあれば、これを用いて、林木の成長と受光量との関係が解明できると考えて、各苗木の大きさごとに、両装置の推定式を比較したが、根元直径について、受光時間、エネルギーによる受光量表示が、両装置の差を除いたが、全重量、地上部重量については、どの受光量表示も装置すなわち受光空域の形状による影響を除くことが出来なかった。そこで東西方向の遮光は、一日の直射光受光時間、南側の遮光は、直射光受光期間を制御する2要因と考え、次式を適合させてみた。

$$1/Y=b_0+b_1/\theta_1+b_2/\theta_2+b_3/\theta_1\theta_2 \quad (3)$$

ここで、θ_1は東西方向の受光角、θ_2は南北方向の受光角である。平行形では、南側が解方されているのでθ_2は180°および∞として、(3)を解いたところ、$\theta_2=\infty$のほうが、幾分あてはまりが良く、又相互作用項$1/\theta_1\theta_2$は有意でないので、これを省いた推定式の係数などを、3表に示す。苗木の各大きさに対する実測値と推定値は、4表のようにかなり良い適合を示している。

3表　$1/Y=b_0+b_1/\theta_1+b_2/\theta_2$の係数など

苗木の大きさ	回帰係数			決定係数	標準偏差（$\hat{Y}$による）
	b_0	b_1	b_2	%	
根元直径	0.207	0.231	0.208	46.9	0.39
全重量	0.005	0.425	0.279	68.2	2.44
地上部重量	0.024	0.513	0.407	67.4	1.66

4表　苗木の大きさ別観測平均値と推定値

装置	受光角	根元直径		全重量		地上部重量	
		実測	推定	実測	推定	実測	推定
		mm	mm	g	g	g	g
円筒形	40	3.2	3.2	6.0	5.5	4.2	3.9
	60	3.4	3.6	8.9	8.1	6.2	5.6
	80	3.9	3.8	10.2	10.7	6.9	7.2
	100	4.1	4.0	12.3	13.2	8.6	8.6
平行型	20	3.2	3.1	4.5	4.7	4.1	3.6
	30	3.5	3.5	7.3	6.8	5.5	5.1
	40	3.9	3.8	10.8	9.0	7.4	6.6
	60	4.2	4.1	14.1	13.1	9.8	9.1

5. むすび

多要因の逆数式により、苗木の大きさと受光角の関係は、受光空域の形に無関係に表わすことができることが判った。推定精度が前回の約½となったのは、異常乾燥のため、遮光の強いことが、有利に働いたとも考えられるので、灌水に注意して再実験をするとともに、林木への応用に着手している。最後に遮光装置の管理を担当された当支場森田栄一技官に深謝する。

15. 従属変量の表し方の異なる推定式の精度の比較

林業試験場九州支場　栗屋仁志

1. まえがき

推定式のあてはめには、最小二乗法が、ごく普通に用いられ、目的とする従属変量を最も小さい標準誤差で推定できる推定式が最も適当なものとして、採用される場合が多い。この場合、推定式の従属変量は式の形によって実数だけでなく、対数や逆数などをとることがある。このように従属変量の表し方が異なる場合には、最小二乗法で求めた標準誤差は、直接比較できず、一般には、推定値を実数に変換して再計算した標準誤差で比較を行っているが、この方法はデータ数が多いときは面倒である。G. M. Furinval が、材積式の比較に用いた尤度による適合指数は、この難点を解決してくれると考えられるので、2、3の実例につき計算した結果を報告する。

2. 確率密度の変換

尤度関数を作る一般的な方法は、従属変量の標本空間における確率密度の理論的な積を作ることであるが、この場合には、同一標本空間においてのみ比較が可能である。しかし変数変換の定理を用いることにより、従属変量の表し方が異なる場合でも、基準となる表し方、例えば実数で表わされた従属変量（X）のある関数f（X）の標本空間における確率密度は、その関数の一次導関数を乗ずることで、Xの標本空間に変換できる。例えば、対数で表わした確率密度関数P（logX）を、実数によるP（Y）に変換すれば

$$P(Y)=P(\log Y)\left|\frac{d\log Y}{dY}\right|$$

XとYは同じものであるから

$$P(X)=P(\log X)\,X^{-1}\log e \qquad (1)$$

となり、逆数で表わした確率密度関数P（1／X）をP（Y）に変換すれば

$$P(X)=P(1/X)\,X^{-2} \qquad (2)$$

となる。

3. 適合指数

最小二乗法で解いた推定式からの残差は、互に独立正規分布し、標準誤差は一定であると仮定すれば、実数、対数、逆数で表わした各推定値の従属変量の確率密度関数は、

$$P_1(X) = \sigma_1^{-1}(2\pi)^{-1/2}\exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_1^{2}(X-\theta_1)^2\right] \qquad (3)$$

$$P_2(\log X) = \sigma_2^{-1}(2\pi)^{-1/2}\exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_2^{2}(\log X-\theta_2)^2\right] \qquad (4)$$

$$P_3(1/X) = \sigma_3^{-1}(2\pi)^{-1/2}\exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_3^{2}(1/X-\theta_3)^2\right] \qquad (5)$$

θ_iは各推定式による最尤推定値である。（4）、（5）に（1）、（2）を適用して、実数Xに変換した、各従属変量の尤度関数は

$$L_1(X) = \Pi P_1(X) = \sigma_1^{-n}(2\pi)^{-n/2}\exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_1^{2}\Sigma(X-\theta_1)^2\right] \qquad (6)$$

$$L_2(X) = \Pi P_2(X) = \left[\pi\,(X^{-1}\log e)\right]\sigma_2^{-n}(2\pi)^{-n/2}\exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_2^{2}(\log X-\theta_2)^2\right] \qquad (7)$$

$$L_3(X) = \Pi P_3(X) = \left[\pi\,(X^{-2})\right]\sigma_3^{-n}(2\pi)^{-n/2}\exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_3^{2}(1/X-\theta_3)^2\right] \qquad (8)$$

σ_i^2 の代りに残差分散S_i^2 を入れ、$(2\pi)^{-n/2}$ $\exp^{-n/2}$ を省き、n乗根の逆数をとれば

$$I_1 = S_1 \qquad (9)$$

$$I_2 = [X]\,S_2\times(\log e)^{-1} \qquad (10)$$

$$I_3 = [X^2]\,S_3 \qquad (11)$$

〔 〕は幾何平均を示す。このIをG.M.Furinvalは適合指数（index of fit）と呼んでおり、従属変量が実数の時には、普通の標準誤差となるが、対数や逆数のときは、実数単位に換算した平均標準誤差と考えることができる。

4. 百分率標準誤差

別法として、百分率標準誤差が考えられる。

$$S\% = \left[\Sigma\left(\frac{X-\hat{X}}{\hat{X}}\right)^2/n-\gamma\right]^{1/2}\times 100 \qquad (12)$$

従属変量が対数のときは、H.A.Meyerにより

$$S\% \fallingdotseq 230.26\ S(\log x) \qquad (13)$$

で求められるが、実数のときは近似値として

$$\Sigma\left(\frac{X-\hat{X}}{\hat{X}}\right)^2/n-\gamma \fallingdotseq n\cdot\Sigma(X-\hat{X})^2/\Sigma\hat{X}^2$$

$$(n-\gamma) = n\cdot S^2(X)/\Sigma\hat{X}^2$$

$$\fallingdotseq S^2(X)/(\Sigma X)^2/n^2 = S^2(X)/\overline{X}^2$$

ゆえに

$$S\% \fallingdotseq S(X)/\overline{X} \qquad (14)$$

5. 苗木重量の推定式

苗木の根元直径と苗高による生重量の推定式として

$$V = b_0 + b_1dh^2 \qquad (15)$$

$$\log v = b_0 + b_1\log d + b_2\log h \qquad (16)$$

$$\log v = b_0 + b_1\log d^2h \qquad (17)$$

の推定精度の比較を、適合指数、百分率標準誤差などで行った結果を1表に示す。

1表　苗木重量推定式の精度

データ	推定式	$V=b_0+b_1d^2h$	$\log v=b_0+b_1\log d+b_2\log h$	$\log v=b_0+b_1\log d^2h$
I	標準誤差	2.006	0.1150	0.1109
	適合指数	2.006	2.014	2.088
	$\Sigma(V-\hat{V})^2/n-\gamma$	2.004	2.022	2.068
	近似的百分率誤差	23.2%	25.5%	26.5%
	百分率標準誤差	23.9%	25.4%	26.2%
II	標準誤差	2.305	0.1037	0.1017
	適合指数	2.305	2.151	2.111
	$\Sigma(V-\hat{V})^2/n-\gamma$	2.304	2.264	2.227
	近似的百分率誤差	24.0	23.9%	23.4%
	百分率標準誤差	24.3	24.1%	24.0%

適合指数は実数に変換した標準誤差によく一致して

おり、精度順位も変らない。

6．苗木重量と受光量の関係

苗木重量と受光量の関係を推定する次の2式の精度の比較を、2表に示す。

2表　受光量と苗木重量の関係

	$1/\omega=b_0+b_1/\theta_1+b_2/\theta_2$	$\log\omega=b_0+b_1\log\theta_1+b_2\log\theta_2$
標準誤差	0.03592	0.12388
適合指数	2.499	2.379
$\Sigma(\omega-\hat{\omega})^2/n-\gamma$	2.753	2.723
決定係数	64.35 %	58.10 %

$$1/\omega = b_0 + b_1/\theta_1 + b_2/\theta_2 \quad (18)$$

$$\log\omega = b_0 + b_1\log\theta_1 + b_2\log\theta_2 \quad (19)$$

ここで、ωは苗木重量、θ_1は東西方向の受光角、θ_2は南北方向の受光角である。適合指数と実数に変換した標準誤差との間には、僅かな差が認められるが精度順位は変らない。

7．む す び

適合指数は、どのような形の推定式の比較にも、適用でき、実数に換算した標準誤差の近似値を与えるので、便利である。参考のため測樹で用いている、いくつかの式の適合指数を3表に示す。

3表　適合指数の例

推定式	一次式に変換したもの	適合指数	適用例
$Y=\left(\frac{X}{a+bX}\right)^2$	$X/\sqrt{Y}=a+bX$	$[2X^{-1}Y^{3/2}]S$	ネズルンド式
$Y=aX^b$	$\log Y=\log a+b\log X$	$[V]\cdot 2.3026\cdot S$	
$1/Y=a+bX$		$[Y^2]S$	逆数式
$Y=X^2/a+bX+cX^2$	$X^2/Y=a+bX+cX^2$	$[X^{-2}Y^2]S$	林令と林分構成因子

注：〔　〕の中は幾何平均　　Sは変換式による標準偏差

16．小型チエンソーによる鋸断試験

福岡県林業試験場　樋口真一

1．ま え が き

チエンソーは林業機械類のなかで大きな経済効果の期待出来るものであるが、鋸断条件が多岐に亘る反面、操作が容易なので一般には漫然と使用される向も多く、小型チエンソーについては特にその傾向が強いといわれている。

今回、鋸断作業の合理化、使用技術確立という目的で、第一表の条件による鋸断試験を行ったのでその結果を報告する。

第1表　試験設定及び供試材

鋸断方法	チエン張	供試材の径級	回転数
手持平行切	% 2.0	大、30cm級　中、20cm級　小、10cm級	γ.P.m 5000，6000，7000
	2.5	〃	〃
	3.0	〃	〃
手持ゆさぶり切	〃	〃	〃
手持逆切	〃	〃	〃

2．実 験 方 法

(1)　試験設定及び供試材（第一表）の使用機、器具類（第二表）