山地小流域における出水特性の研究（4）

——表面流モデルの基礎式と解法——

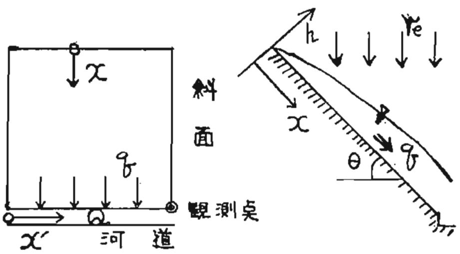
九州大学工学部　小　川　　滋

1. まえがき

表面流モデルは，出水が山腹斜面を流れる地表面流のみによっておこるとするものである。このモデルの特徴は，雨水を水理学的に追跡するという点にあり，とくに山腹斜面の抵抗則が大きな問題となるが，ここでは，このモデルの基礎式とその解法について検討する。なお計算は全て九州大学大型電算機 FACOM 230—60によった。

2. 基礎式

基礎式は，図―1のような流域模型で，連続の式，運動の式はそれぞれ次のようである。



図―1　モデル流域図

斜面に対して，

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=r_e\cdot\cos\theta \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$h=K_o q^p \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

河道に対して：

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x'}=q \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$A=K_c Q^{P_c} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

ここに，h，q は斜面上の水深，流量であり r_e は有効雨量強度，A，Qは河道内における流水断面積；流量である。斜面での基礎式について若干の説明を加えると，(1)式で，$r_e\cdot\cos\theta$ は，斜面上に降る雨量を表わすものであり，とくに急勾配では $r_e\cdot\cos\theta$ でなければならない。(2)式は，次のような仮定のもとに導びかれる。すなわち，表面流の運動の場は，急勾配山地であり，このような流れでは，重力の効果をあらわす勾配と抵抗力としての摩擦の影響が大きい。そこで運動方程式で，勾配と摩擦の項以外のものを無視し近似的に等流として，例えば Manning の抵抗則をもちいると，

$$-\sin\theta+\frac{n^2u^2}{h^{\frac{4}{3}}}=0 \cdots\cdots\cdots (2-1)$$

書きなおせば，

$$u=\frac{1}{n}\ h^{\frac{2}{3}}\sin\theta^{\frac{1}{2}} \cdots\cdots (2-2)$$

となり，Manning の流速公式となる。さらに，$q=hu$ より，

$$h=\left(\frac{nq}{\sqrt{\sin\theta}}\right)^{\frac{3}{5}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2-3)$$

がえられる。すなわち，抵抗則に Manning 式をもちいると $p=\dfrac{3}{5}$，$K_o=\dfrac{n}{\sqrt{\sin\theta}}$ となる。ここで斜面での n を普通Nとして等価粗度係数と呼んでいる。河道に対しても同様である。ここで，等流として近似しているが，山間部の急勾配流域では，不等流として厳密に解くのとほとんど差がないことが証明されている[1]。

3. 解　法

この基礎式の解法としては，特性曲線法，差分法がある。まず特性曲線法として(1)，(2)式より，特性方程式として，

$$\frac{dx}{1}=\frac{dt}{dh/dq}=\frac{dq}{r_e\cdot\cos\theta} \cdots\cdots\cdots (5)$$

したがって特性曲線

$$\frac{dx}{dt}=\frac{1}{K_o p q^{p-1}} \qquad 上で \cdots\cdots\cdots(6)$$

$$q^p=\int_{\tau}^{t}\frac{r_e\cdot\cos\theta}{K_o}\,dt \cdots\cdots\cdots(7)$$

または，$q=\int_{0}^{x} r_e\cdot\cos\theta\,dx$ …………(8)

が成立する。ここで τ は特性曲線が出発する時刻である。この数値解法はいろいろな解き方があるようだが，ここでは，微少時間 $\Delta t=t_2-t_1$ を考え，Δt に対応する x の増分を Δx とし，さらに t_1 および t_2 時刻の流量を q_{01} および q_{02}，t_1 と t_2 の間の平均有効雨量強度を $r_{e1\cdot2}$ として，(7)，(8) 式を差分表示すれば，

$$q_{02}{}^{p}=\frac{r_{e1\cdot2}\cdot\cos\theta\cdot\Delta t}{K_o}+q_{01}{}^{p} \cdots\cdots(9)$$

および

$$\Delta x=\frac{q_{02}-q_{01}}{r_{e1\cdot2}\cos\theta} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

となり，Δt を与えこの両式を交互に使用することによって，特性曲線上の流量，距離を求めていくことができる。

次に差分法は，(2)式の運動の式は，流量－水位が一義的に求まる形であるので，微分方程式を差分方程式になおすのは，連続の式のみである。最もかんたんな差分のとり方として，ここでは，x について後方差分，t について前方差分をとることにする。

すなわち，斜面について連続の式は，

$${}_{n+1}h_j={}_{n}h_j-\frac{\Delta t}{\Delta x}\left({}_{n}q_{j-1}-\Delta x_n r_{ej}\cdot\cos\theta\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

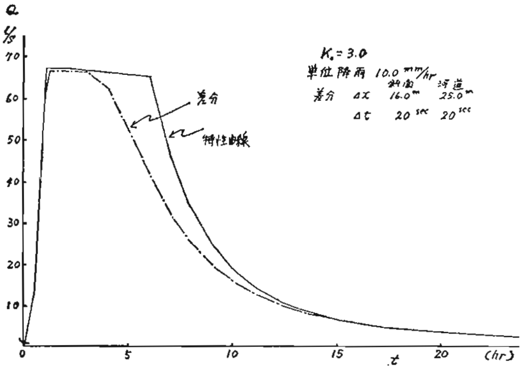
ここで，n は t 方向の，j は x 方向でのメッシュの値である。(2)式，(11)式を組合せて，水位－流量を求める単純なくりかえし計算である。なお，河道についても同様である。

4. 検　討

解析諸元の具体的な取り扱い方とその値については著者らの文献を参照されたい[2]。ここでは龍の口山の

表－1　特性曲線法と差分法の比較

項　目	特性曲線法	差 分 法
結果の時間キザミ	不　整	整
計算の難易	難	易
計算時間	長	短
精　度	良	悪



図－2　特性曲線法と差分法の比較

解析諸元をもちいて，特性曲線法と差分法について検討をおこなう。まず，特性曲線法と差分法を一般的に比較すると，表－1のようである。そこで，差分法のメリットである計算がかんたんである点について実際にみてみると，$\Delta x/\Delta t$ のキザミ値が一般的に求まらず，とくにこの流域では，斜面と河道でのキザミ値が大きく異なり，この値をみつけること自体に大きな労力を要する。さらに単位降雨を，それぞれ 100 mm/hr，10 mm/hr，1mm/hr，0.1mm/hr として計算した結果の一部は，図－2のようであるが，雨量が小さくなると誤差が大きくなるようである。また，計算時間も，特性曲線法とほとんど変らず，精度的な不安感が強く，全て差分のメリットは，今回の計算においては見あたらない。これは，普通，差分としてこの式を解いた例は，河川，下水道流出など，流速がかなり早いところであり，ここで対象とした流速の非常に遅くなる数値解をもつ場合には，適用が困難であるようである。すなわち，特性曲線法の難点である時間キザミにそれほど気を使わなければ，特性曲線法の方がよく，さらに時間キザミを同じにする改良法をもちいてもよいであろう。いずれにせよ，今回の計算結果からいえることは，ここで対象とするような流域からの流出を表面流モデルによって解く場合は特性曲線法の方がよいということである。

参 考 文 献

1）上田；降雨流出に関する基礎的研究；
学位論文

2）篠原・遠藤・小川；雨水流の理論による
山地小流域の流出解析，新砂防