幹形に関する若干の考察

九州大学農学部　野　上　啓一郎
西　沢　正　久

1．はじめに

単木の材積を計算する一手段として古くから幹形というものが研究されてきた。このような研究は，まず幹形を表現するための因子を見い出すことから始まった。その結果，現在よく知られている形数や形状商，直径率などの概念が出現し，これらに関して更に研究が続けられた。これはいわゆる幹形の研究のdiscreteな面であった。これにより幹形のもつ規則性一特に針葉樹についてである一がある程度解明され，更にはこの規則性を公式化することができないかという問題がでてきたのである。いわゆる幹曲線のことであり，幹形の研究のcontinuousな面である。本研究の目的は，この二つの面に関して現在まで明らかにされてきた事実を再確認することによって，幹形に関する若干の考察を行なうことである。なお，本研究に使用した資料は，九州林産株式会社社有林の伐倒木63本，福岡県有林伐倒木69本，福岡県営林伐倒木54本，計 186本であり，すべてヒノキである。

2．研究方法

資料木全部をそれぞれの樹高に対して10等分し，その部分の直径を線型補間で算出し，その値をd_{oi}（$i=1,2,\cdots 9$）とすると，相対直径は，$\eta_{oi}=d_{oi}/d_{0.9}$で表わされる。また正形数をλ_{oi}で考わすことにする。

Prodan，梶原[1] は相対直径$\eta_{0.5}$と正形数$\lambda_{0.9}$，$\lambda_{0.5}$の間にかなりの相関があることを提唱しているが，本研究においてもその傾向がうかがわれ，この関係はかなり一般的なものと解釈されるように思われる。更に林木には必らず正形数が1となる部分が存在し，その位置における直径を求め，断面積を計算し，これと胸高断面積との間の相関を求めてみると、かなり高い相関を持っていることが確認された。しかるに，単木の材積を算出する際には，樹高の 1/2 と 1/6 の部位の直径がわかれば，その比を用いて直ちに正形数が算出され材積が計算される。またこの比を用いなくとも胸高直径を測定すれば，正形数が1となる部分の直径が推定されるので，これによっても単木材積の算出は可能である。従来，正形数よりも胸高係数を用いる材積算出が行なわれがちだが，この二つの形数の変動係数を調べてみると，前者は3％～5％，後者は8％～9％となり，正形数を用いるほうが有効であることがわかる。なお，相対直径と正形数，胸高断面積と正形数が1となる部位の断面積との関係式は，次のようになった。

$$\lambda_{0.5}=-2.0201\eta_{0.5}+2.4305 \qquad r=-0.9124 \tag{1}$$

$$\lambda_{0.9}=0.6144\eta_{0.5}+0.0588 \qquad r=0.9920 \tag{2}$$

$$\dot{g}=0.4382\,g_{1.2}+0.0008 \qquad r=0.9606 \tag{3}$$

1）と3）式を用いて算出した材積と実材積との平均二乗誤差の比較を表−1のそれぞれ③と④に示す。

次に幹曲線を用いて単木の材積を推定する方法を概略する，現在，種々雑多な幹曲線式があるが，幹形が上述したようなある規則性をもっているものであれば，幹形をある関数型で公式化することは可能である。しかし，それを厳密な型で表現することは困難である。そこで，関数近似のなかの1手法である多項式近似を用いて幹形を表わす近似式とした。これは，ある関数を多項式で近似するという最もシンプルなもので，任意に多項式を選択できるものである。3次の多項式で幹形をあらわす関数を近似したものが，大隅[2] が最もflexibleな幹曲線式として提唱しているものである。しかしながら，3次の多項式の場合，変曲点が1つしか存在せず，186本の伐倒木で変曲点の位置を計算したところ，梢頭を原点として，樹高の 2/10 ～ 3/10 の部位にあることが確認された。しかし，幾可学的に規則性のある林木の幹形は，円錐，放物線，ナイロイドと3つの部分に分けられることを考えると，変曲点が少なくとも2つあることが望ましい。そこで $y=ax+bx^2+cx^3+dx^4$を用いて，係数a，b，c，dを選点法で決定した。これらの値は表−2に示してある。この結果から，変曲点の位置を調べたところ，梢頭を原点として，樹高の 2/10 ～ 3/10，8/10 ～ 9/10 の2つの部位となり，yの才2次導関数の符号を調べたところ梢頭から 2/10 ～ 3/10 までは，＋，更にその下，8/10 ～ 9/10

までは，一，それ以下の部分は，十，となり，この近似式の凹凸は，それぞれの区間において，下に凸，上に凸，下に凸となり，前にのべた幾可学的幹形の関係と一致する。したがって，この4次式を幹曲線式として材積を推定し，実材積と比較したものを表－1の②に，また参考のために3次式のそれを，①に示している。材積推定に関しては，絶対幹曲線よりも相対幹曲線を用いるほうが計算は容易である。相対幹曲線を，y＝f（x）とすると，次式で材積が計算される。

$$V=\pi h d_{oi}^{2}\int_0^1\{f(x)\}^2 dx$$

ここに，hは樹高，d_{oi} は梢頭を原点とした場合，樹高を10等分した各々の部位の直径で，本研究では，$d_{0.9}$ を用いた。なお，相対幹曲線については大隅[2]に詳細に述べられている。

3．結果および考察

幹形を把握し，材積を推定するにあたっては，discrete な観点とcontinuousな観点の2つに大別できることを述べた。前者においては，相対直径$\eta_{0.5}$と正形数，$\lambda_{0.9}$，$\lambda_{0.5}$ の関係は，針葉樹に関する限り，かなり普遍的であると考えられる。更に，正形数が1となる部位の断面積と胸高断面積との関係は，本資料において非常に高い相関をもっているという結果がでている。これらにより単木の材積を算出してみるに，平均二乗誤差は，0.0017～0.0029㎥であった。continuous な方法では，三次近似式よりも四次近似式が精度が良いことがわかった。四次式は三次式よりも係数の算出において少々複雑であるが，今日の卓上計算機を用いれば，その欠点はおぎなわれ，誤差のことを考えれば，やはり，四次式のほうが適用範囲は広く，より融通性を備えた幹曲線式であると思われる。本研究では，幹曲線式を単木の幹材積を推定する1手段として利用するにとどめたが，利用材積推定にも用いられよう。この場合，皮付直径ではなく，皮内直径を考慮に入れなくてはならないから，新しく樹皮率という問題が生じてくる。更に，利用目的に応じた，最小末口直径までの利用樹高の推定，すなわち積分範囲の決定が必要となる。前者に対しては，まだはっきりとしたことがわからないが，後者に関連することとしては，筆者の1人が，以前，発表した方法[3]が，十分ではないにしろ，利用できるものと思われる。とにかく，これらの具体的方法については，後日，検討してゆくつもりである。

表－1　単木の実材積と推定材積との比較

	九州林産	福岡県有林	福岡県営林
①	0.0030㎥	0.0034㎥	0.0029㎥
②	0.0013	0.0015	0.0009
③	0.0016	0.0029	0.0026
④	0.0017	0.0027	0.0028

表中，①，②，③，④，は，それぞれ，幹曲線として3次近似式を用いたもの，4次近似式を用いたもの正形数$\lambda_{0.5}$を用いたもの，正形数が1となる部位の断面積を推定する方法を用いたものである。また表の値は，平均二乗誤差として，Σ（実材積－推定材積)^2÷nを用いた。ここにnは本数である。

表－2　幹曲線の係数値（4次式）の一例

$\eta_{0.5}$	a	b	c	d
0.68	0.7363	0.4254	－1.5519	0.9513
69	7879	.2340	－1.2507	0.7823
70	.6696	.9287	－2.4404	1.4087
71	.7212	.7373	－2.1392	1.2397
72	.6029	1.4321	－3.3289	1.8661
73	.6545	1.2406	－3.0277	1.6971
74	.5362	1.9354	－4.2174	2.3235
75	.5877	1.7440	－3.9162	2.1545
76	.4695	2.4387	－5.1059	2.7810
77	—	—	—	—
78	—	—	—	—
79	.4543	2.7506	－5.6932	3.0693
80	.3360	3.4454	－6.8829	3.6958

参考文献

（1）梶原幹弘：日林誌　51（3）　49～56　1969
（2）大隅真一：日林誌　41（12）　471～478　1959
（3）野上啓一郎　西沢正久：89回日林論 55～56　1978