GROSENBAUGHの求積式

宮崎大学農学部　飯　塚　　寛

まえがき

幹材積の測定方法の1つに区分求積があり，HUBER式，SMALIAN式およびHOHENAPL式などの適用される場合が多い。これらの求積式が各区分の長さを絶対的あるいは相対的に一定にとること，従来，伐倒木材積の精密測定に適用されるのが普通であったこと，しかし最近のすぐれた測樹器の開発は立木材積の測定にこれらの区分求積式の適用を可能にしたこともまたよく知られている。

GROSENBAUGH[1]は，直径が梢端から根元に向って一定の増分で増加する各断面までの高さを測定し，各区分の絶対長が一定でない区分求積法を発表している。本報告では，ENGHARDT[2)3)]の論文にもとづいて，その概要を紹介する。

1．欠頂回転体

一般によく知られているように，幹曲線式を

$$y^2 = PX^r \qquad (1)$$

であらわし，欠頂体の長さ，元口直径，末口直径をそれぞれL，do，dn　とすれば，欠頂回転体の体積Vは，形状指数rの数値に対応して，以下のようにあらわされる。

欠頂放物線体（r＝1）の体積

$$V=\frac{\pi}{4}L\left[\frac{do^2+dn^2}{2}\right] \qquad (2)$$

いま，元口直径と末口直径の関係を

$$do = dn + T \qquad (3)$$

とおき，これを(2)式に代入して整理すれば，

$$V=\frac{\pi}{4}L\left[\frac{2\,dn^2+2DnT+T^2}{2}\right]$$

$$=\frac{\pi}{4}T^2\left[L\left(\frac{dn}{T}\right)^2+L\left(\frac{dn}{T}\right)+\frac{L}{2}\right] \qquad (4)$$

欠頂円錐体（r＝2）の体積

$$V=\frac{\pi}{4}L\left[\frac{do^2+do\,dn+dn^2}{3}\right] \qquad (5)$$

$$=\frac{\pi}{4}T^2\left[L\left(\frac{dn}{T}\right)^2+L\left(\frac{dn}{T}\right)+\frac{L}{3}\right] \qquad (6)$$

欠頂ナイロイド（r＝3）の体積の略算式

$$V=\frac{\pi}{4}L\left[\frac{do^2+2\,dodn+dn^2}{4}\right] \qquad (7)$$

$$=\frac{\pi}{4}T^2\left[L\left(\frac{dn}{T}\right)^2+L\left(\frac{dn}{T}\right)+\frac{L}{4}\right] \qquad (8)$$

欠頂回転体体積の一般式

$$V=\frac{\pi}{4}T^2\left[L\left(\frac{dn}{T}\right)^2+L\left(\frac{dn}{T}\right)+\frac{L}{K}\right] \qquad (9)$$

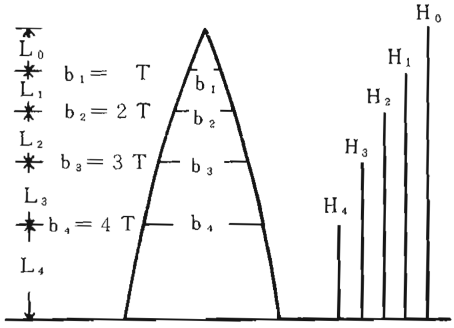
(9)式において，放物線体，円錐体およびナイロイドの各欠頂体に対応して，Kはそれぞれ，2，3および4である。

2，完頂体の体積

完頂体の体積Vは，一般に，(9)式の各区分体積の合計としてあらわされる。

$$V=\frac{\pi}{4}T^2\left[\Sigma L\left(\frac{dn}{T}\right)^2+\Sigma L\left(\frac{dn}{T}\right)+\Sigma\frac{L}{K}\right] \qquad (10)$$

完頂体の体積Vは，一般に，(9)式の各区分体積の



図—1　GROSENBAUGHの求積式の考え方

計算を単純化するため，GROSENBAUGHは，樹幹

の根元から梢端にいたるまでの各断面の直径について，その減少分がつねに一定であって，かつ，最上部の断面の直径とこの直径減少分とが等しくなるように，それぞれの断面の位置を選んだ。したがって，各区分の末口直径は，直径減少分Tの整数倍であって，末口直径と直径減少分の比の数列は，簡単な整数の数列としてあらわされることができる。（図一１を参照）。

$$dn \ / T = X \tag{11}$$

とおけば，⑽式は，

$$V=\frac{\pi}{4}T^2\left[\sum x^2L+\sum xL+\frac{(\sum L)}{K}\right] \tag{12}$$

と書くことができる。⑿式によれば，直径減少分Tの大きさを予め想定し，その整数倍の末口直径をもつ各区分の長さを測定することによって，幹材積が計算されることになる。

3．GROSENBAUGH の求積式の適用

図一１において，記号をつぎのように定義する。

H_0：樹幹の全長

H_1，H_2，H_3，H_4：直径 d_1，d_2，d_3，d_4 に対応する各断面高

T：直径減少分

L_0，L_1，L_2，L_3，L_4：各区分の長さ

X：直径と直径減少分の比

表一１　⑿式のための計算準備表

X	L	XL	X^2L
0	L_0	0	0
1	L_1	$1L_1$	$1L_1$
2	L_2	$2L_2$	$4L_2$
3	L_3	$3L_3$	$9L_3$
4	L_4	$4L_4$	$16L_4$

$$\sum L=L_4+L_3+L_2+L_1+L_0=H_0 \tag{13}$$

$$\sum xL=4L_4+3L_3+2L_2+1L_1+0 \tag{14}$$

$$\sum x^2L=16L_4+9L_3+4L_2+1L_1+0 \tag{15}$$

さて，dn ＝T（＞O）までの各断面高の累計$\sum H$は

$$H_1=L_4+L_3+L_2+L_1$$

$$H_2=L_4+L_3+L_2$$

$$H_3=L_4+L_3$$

$$H_4=L_4$$

$$\sum H=4L_4+3L_3+2L_2+1L_1 \tag{16}$$

また，各断面高の第２次累計$\sum H'$ は，

$$H'_1=H_4+H_3+H_2+H_1=4L_4+3L_3+2L_2+1L_1$$

$$H'_2=H_4+H_3+H_2=3L_4+2L_3+1L_2$$

$$H'_3=H_4+H_3=2L_4+1L_3$$

$$H'_4=H_4=1L_4$$

$$\sum H'=10L_4+6L_3+3L_2+1L_1 \tag{17}$$

である。⒄式の各項の係数が３角数の数列になっていることにも注目しておく必要があろう。

⒁式と⒃式は等しく，また⑿式の括弧内の最初の２項，すなわち，⒁式と⒂式の和は，⒄式の２倍に等しい。

$$V=\frac{\pi}{2}T^2\left[\sum H'+\frac{(\sum L)}{2K}\right] \tag{18}$$

$$=A\ (\sum H')+C\ (\sum L) \tag{19}$$

ただし

$$A=\frac{\pi\ T^2}{2}\ ,\ C=\frac{A}{2K}$$

係数Aは測定単位系および直径減少分に対応して，予じめ計算しておくことができる。

いま，T＝５cmとしてつぎの測定値を得たとする。

dn cm：20　15　10　5　0

L　m：1　3　6　3　3

全長16m，各断面高は，１，４，10，13，その累計は１，５，15，28，したがって，$\sum H'=49$である。円錐台と円錐を想定すれば，⒆式から

$V=0.003927\times 49+0.000654\times 16$

$=0.2029$㎥

また，同一樹幹について，dn ≧10cmの部分の材積を計算するならば，$\sum L=1+3+6+0=10$，各断面高は，１，４，10，10，さらにその累計は，１，５，15，25，したがって，$\sum H'=46$である。同様に，円錐台と円錐を想定すれば，

$V=0.003927\times 46+0.000654\times 10$

$=0.1872$㎥

となる。

以上のように，この求積式は，直径減少分Tの整数倍の直径をもつ各断面高の測定だけを必要とする点で非常に特徴的であり，上部直径の正確な測定がそれほど困難ではなくなった現在，たとえば立木の利用材積の測定など，適用の範囲は広いと考えられる。

参考文献

(1)　GROSENBAUGH L. R.：U. S. Forest Serv., Sou. Forest Expt. St., Occas. Paper 134，1954

(2)　ENGHARDT H. G：学位論文 Freiburg 大学，1971

(3)　ENGHARDT H. G：Forstw. Cbℓ. 97. 269 －273　1978