山地河川における流量変動の表示方法

林業試験場九州支場　陶 山 正 憲
竹 下 　 幸
真 島 征 夫

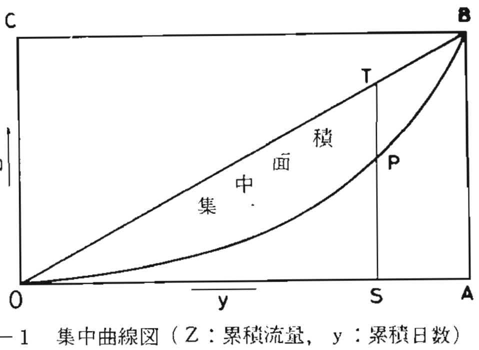
1．河況係数と変異係数

河川流量の変動あるいは一様性を示す簡便な尺度として，従来，河況係数(Coefficient of river regime)と変異係数（Coefficient of variation）が広く用いられている。前者は，日流量を x とすれば，ある期間内における最大日流量 x_{max} と最小日流量，x_{min} との比，x_{max}/x_{min} で表わされるが，日流量の変化は無視されている。後者は，統計学で普通に用いられる係数で，日流量の変異係数とは，日流量の標準偏差 σ と平均値 $\bar{x}$ との比，$\sigma/\bar{x}$ で表わされるが，日流量分布曲線の型が異なる河川の流況を比較するには，この係数のみでは不十分である。

ここでは，流量分布曲線の歪度を考慮して河川流況の一様性を示す指標として提案されたLloyd の均等度，Gini の集中係数，河川特性数と，流量の時間的順序を考慮に入れた熊谷の変動係数[1)]などの意義について若干の検討を行い，これらを去川森林理水試験地の3流域について計算した。

2．ロイドの均等度（Measure of uniformity）

これは次のような幾何学的考察から導かれたものである。すなわち，今一つの集団に属する全要素を，各要素に属するある性質の大きさ x の順に小さい方からならべ，最初のy 個の要素 x の合計をZで表わし，Zをyに対してプロットすれば，図－1の曲線ＯＰＢのような集中曲線が得られる。



図－1　集中曲線図（Z：累積流量，y：累積日数）

もし各要素の x がすべて等しく，Σx ＝ＡＢ＝const. の場合には，集中曲線は直線ＯＢとなる。また各要素の中の一つのＸがＡＢに等しく，他はすべて零である場合には，集中曲線はＯＡＢとなる。しかしながら，一般には，集中曲線は三角形ＯＡＢの内部を通る上方に凹な曲線ＯＰＢとなる。

ここでＸを日流量とすれば，直線ＯＡ，ＡＢと集中曲線に囲まれた面積の，三角形ＯＡＢの面積に対する比（Ｌ）は，日流量の一様性を表わす一つの尺度とみることができる。このＬがLloyd の均等度である。

また，直線ＯＢと集中曲線との間の面積を集中面積といい，この面積の三角形ＯＡＢの面積に対する比，（1－Ｌ）は，流量の分散度を示す尺度と考えられる。なお，（1－Ｌ）／2　はLorenz の比である。

3．ギニの集中係数（Coef・of concentration）

これは，平均差の概念を用いて分散度を計算する方法である。すなわち，総日数がｎの場合，ｎ個の日流量の平均差⊿とはｎ個の日流量から取り出したあらゆる二つの日流量の差の算術平均である。

今，ｎ個の日流量を大きい方から順にならべたものを X_n，X_{n-1}，X_{n-2}，……，X_3，X_2，X_1 とすれば，

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}n(n-1)\Delta &= (X_n-X_{n-1})+(X_n-X_{n-2})+\cdots\cdots\\&\quad+(X_n-X_1)+(X_{n-1}-X_{n-2})+\cdots\cdots\\&\quad+(X_{n-1}-X_1)+\cdots\cdots\cdots\\&\quad+\cdots\cdots\cdots+(X_2-X_1)\\&=(n-1)(X_n-X_1)+(n-3)(X_{n-1}-X_2)\\&\quad+(n-5)(X_{n-2}-X_3)+\cdots\cdots\end{aligned} \qquad (1)$$

の式が成立する。この⊿を用いると，集中面積の矩形ＯＡＢＣの面積に対する比（λ）は，

$$\lambda=\frac{n(n-1)\Delta/4}{n^2\bar{x}} \qquad (2)$$

で表わされる。ただし $\bar{x}$ は日流量の平均値を表わす。

従って，集中面積の三角形ＯＡＢの面積に対する比（2λ）は，$n\gg1$ で変量が連続的と見なされるとき，

$$2\lambda=\Delta/2\bar{x}=G \qquad (3)$$

となる。この$\Delta / 2\bar{x}$が Gini の集中係数Gと呼ばれる量である。ここでnが十分大きく，流量が連続変量と見なし得るとき，Lを⊿で表わせば，

$$L = 1 - 2\lambda = 1 - G = 1 - \Delta / 2\bar{x} \quad (4)$$

と書くことができる。

以上のように定義されたLは，集中曲線の考えを使用しなくても導くことができる。すなわち，$\Sigma x n = K$として，式（1）における Xn以外の各量の大きさがすべて零であると仮定すれば，

$$\frac{1}{2} n(n-1)\Delta' = (n-1)xn = (n-1)K \quad (5)$$

$$\therefore \quad \Delta' = 2\frac{K}{n} = 2\bar{x} \quad (6)$$

となる。このΔ'が，$\Sigma x n = K$ の場合の最大値である。

ゆえに，$\Delta / 2\bar{x}$は分散度を表わす一つの指標であり，$1 - \Delta / 2\bar{x}$が均等度を示す一つの尺度となる。

4．河川特性数（Stream characteristic）

一般に平均差⊿に限らず，一定数Kがn個の物に均分されているとき零となり，n個の中の一つがKで他はすべて零であるとき最大に達するような量Mがあれば，1－M／Mmax を均等度の指標とみることができる。

例えば，図－1の集中曲線図において，日流量が$\bar{x}$を越えない日数を点Sで表わせば，$\bar{x} = AB/OA$，また$\bar{x}$を越えない日流量の平均値をx'とすれば $x' = SP/OS$，ゆえに$x'/\bar{x} = SP/ST = (1 - PT)/ST$となる。ここでPTは上記のMの性質を備えているから，$x'/\bar{x}$は均等度を測る一つの尺度と考えられる。これを河川特性数Nという。なお上記の性質を具備した種々のMの中で，どれが最も合理的であるかを判定する絶対基準はないが，Lは集中曲線の全部を利用しているのに対し，$x'/\bar{x}$はそうでないという点で前者の方が合理的と言えるかもしれない。

5．変動係数（Coef. of fluctuation）

以上述べた各量は，いずれも集団のある性質を一定に保ち，集団要素の順列を種々変えることができるので，要素の順列を無視しえない河川の流況については，上記の分散度ないし均等度の尺度のみでは正確に表現できない場合がある。

例えば，ここにn日間の日流量の記録があり，その時間的順序が1，2，1，2，1，2……である場合，これを流量の小さい方から大きさの順にならべ換えると1，1，1，……，2，2，2，……のようになる。これを解決するには，規則性あるいは定常性のような変動の回帰の規則正しさを示す尺度が要求される。この要求に答えるために，熊谷[1]は河川流量の時間的順序を考慮した変動係数なる指標を導入した。

今，n日間の日流量xを時間的順序に記載した記録$x_1, x_2, x_3, \cdots\cdots, x_n$ があるとき，$n \geqq 3$ならば

$$|x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + |x_3 - x_1| + \cdots\cdots + |x_{n-1} - x_n| \leqq |x_1| + |x_2| + |x_2| + |x_3| + |x_3| + \cdots + |x_{n-1}| + |x_n| \leqq 2(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)x \quad (7)$$

の関係が成立する。式（7）から，

$$\frac{|x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + \cdots + |x_{n-1} - x_n|}{2(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)} \leqq 1 \quad (8)$$

の関係が得られる。式（8）の比を日流量の変動係数（F）と定義し，式（8）の分子は日流量の全変動，これをこの期間の全日数で除した商を平均変動，分母は日流量合計の2倍を表わす。

変動係数は，平均変動Dと平均流量$\bar{x}$を用いれば，

$$F = nD / 2n\bar{x}$$

となり，これは Giniの集中係数を定義した式の⊿をDに置き変えた形となる。なお，1－Fは流量の定常性を表わす一つの尺度と解し得る。

6．計算結果と考察

去川の3流域における日流量の変動度を比較検討するため，各年の変動係数（F），集中係数（G），河川特性数（N）を計算した。1967年～1975年 までの各年のF値とG値を表－1に示す。得られた値は，$F = 0.195 \sim 0.405$，$G = 0.517 \sim 0.796$であり，両者の相関係数は0.7116となり，この値は 0.1％の危険率で有意である。次に3流域の各年のFとN，GとNの相関係数を27対の値について計算した結果は，いずれも0.1％の危険率で有意である。ただしその値は，前者が 0.6293，後者が0.9653である。以上の結果から，流量変動の表示法としては，日流量の時間的順序を考慮する必要がある場合には変動係数，その必要のない場合には河川特性数の利点が注目される。

引用文献

(1) 熊谷才蔵：九大農学芸誌，12（4），363～374，1952

表－1．去川試験地における集中係数Gと変動係数F

水年	Ⅰ 号 沢		Ⅱ 号 沢		Ⅲ 号 沢	
	G	F	G	F	G	F
1967	0.6508	0.2467	0.6540	0.2253	0.6635	0.2322
1968	0.7504	0.2823	0.7544	0.2669	0.7398	0.2669
1969	0.7313	0.2986	0.7217	0.2751	0.7022	0.2864
1970	0.7229	0.2674	0.7161	0.2290	0.6938	0.2395
1971	0.7913	0.4054	0.7964	0.3727	0.7747	0.3983
1972	0.6872	0.3416	0.6800	0.2914	0.6568	0.3130
1973	0.5701	0.2236	0.5662	0.1949	0.5692	0.2064
1974	0.6213	0.2772	0.6489	0.2889	0.5908	0.2598
1975	0.5340	0.2406	0.5174	0.2034	0.5279	0.2295