

## 修正ワイブル式による生長モデルに関する研究

九州大学農学部 ダウド・マラマッサム  
西沢正久

### 1. はじめに

林木の生長過程を数式で解説する方法が一般的になってきたが、これまで林木の生長に比較的よく適合する曲線式としてはミッチャーリッヒ式(以下M式)、ロジスチック式(L式)、ゴンペルツ式(G式)およびリチャード式などがあげられる。また、YANGら<sup>1)</sup>は修正ワイブル式(W式)は生物の生長式が備えるべき条件<sup>2)</sup>を満たし、しかも曲線の形が柔軟性に富み、トウヒ林のデータにあてはめると適合がよいことを報告している。本報ではW式と他の3式(M,L,G式)に、スギ固定試験地の時系列観測資料をあてはめ、それらの適合度の比較検討を行ったので、その結果を報告する。

### 2. 修正ワイブル式

生長率曲線と確率密度曲線はきわめて類似している。このことは適當な確率関数を林木の生長および収穫の研究に応用できることを意味している。

ところで、ワイブル確率分布は(1)式で表わされる。

$$F = 1 - e^{-(x/\sigma)^{\lambda}} \quad (1)$$

この分布関数は本来、装置の寿命の研究に使われたものであるが、林学においては林分の直径分布を記述するモデルとして、近年よく使われている。この確率分布を林分生長モデルとして用いるときには、(1)式のランダム変量Xは林齢、Fは林齢の増加とともに増加する生長量であり、このFの値は0と1の間の値をとる確率、σは定数である。

現実の生長は林分生長の上限値である拡大定数Aを乗することによって得られ、そのときの生長式は(2)式で表わされる。

$$Y = A \{1 - e^{-(x/\sigma)^{\lambda}}\} \quad (2)$$

$(1/\sigma)^{\lambda}$ にB、λにCを代入すると、

$$Y = A (1 - e^{-Bx^C}) \quad (3)$$

となる。この式がYANGらにより用いられた修正ワイブル式である。

### 3. 資料および適合度の比較

資料は九大柏屋演習林の固定試験地D、面積0.06 haのスギ林分であり、試験地設定当時29年生で立木本数71本であった。その後、胸高直径および樹高の毎木測定が14回実行されており、その測定時ごとににおける平均直径( $\bar{d} cm$ )および平均樹高( $\bar{h} m$ )を図-1、図-2に示している。

これらの資料にそれぞれ(3)式で表わされるW式のあてはめを行なった。また、適合度の比較のために(4)、(5)、(6)式で表わされるM式、L式、G式にもあてはめを行なった。

$$Y = A (1 - Be^{-Cx}) \quad (4)$$

$$Y = A / (1 + Be^{-Cx}) \quad (5)$$

$$Y = A^{-Be^{-Cx}} \quad (6)$$

なお、パラメーターの推定にはデミングの最小二乗法を用い、計算には日立LEVEL-3を用いた。プログラムは白石ら<sup>3)</sup>の作成したものを参考にした。

これらの各式のパラメーターA、B、C、残差の二乗平均(R RMS)およびX=0での切片(I)の値を表-1に示している。また、図-1には直径、図-2には樹高について、それぞれ4つの式の曲線を図示している。

あてはめのよさを測る基準である残差二乗平均をみると、直径・樹高いいずれの場合にもL式、G式、W式、M式の順となっているが、いずれも近似した値であり、しかも小さいことからよく適合していることがわかる。このことから残差二乗平均のみでは4つの式の適合度については差がないといえる。また、データの範囲外についても図-1、図-2をみると生長曲線式間でかなり異っており、X=0のときY=0を満たすのはW式のみである。

### 4. 考察

29年より60年生までのスギ林分の直径・樹高の資料に4つの式をあてはめたところ、残差二乗平均はいずれも小さく、よく適合することがわかった。また、データの範囲外では生長曲線式間でかなり異なっており、X=0のときY=0を満たすのはW式のみである。しかし、データの範囲外であるから、29年生以

前のデータがあれば、その結果は異なることが予想される。

さらに、今回は1林分についてのあてはめであり、しかも資料が不十分であったために、生長曲線式間での差は明確にはできなかった。今後、他の林分についても、リチャード式を含めて同様な検討を行なう予定である。

## 引用文献

- (1) R.C. YANG, A. KOZAK and J.H.G. SMITH : Can. J. For. Res., 8, 424~431, 1978
- (2) M. PRODAN : Forest Biometrics, P 341 ~394, 1968
- (3) 白石則彦, 石橋整司: J. PC-FORESTRY, 1 (1), 4~7, 1983

表-1 パラメーターと残差二乗平均の比較

生長式	A	B	C	RRMS	I
$\bar{d}$	W	3.95	0.014	1.153	0.00
	M	4.16	1.087	0.025	0.158
	G	3.77	2.136	0.041	-3.64
	L	3.57	4.259	0.057	4.50
$\bar{h}$	W	2.63	0.028	1.045	0.00
	M	2.56	1.036	0.033	0.107
	G	2.55	1.723	0.045	-0.96
	L	2.49	2.891	0.058	4.56

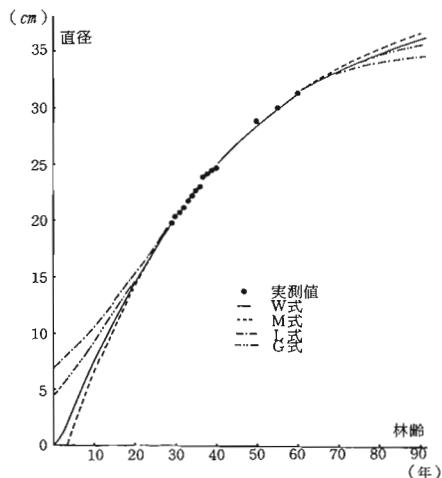


図-1 平均直径へのあてはめ

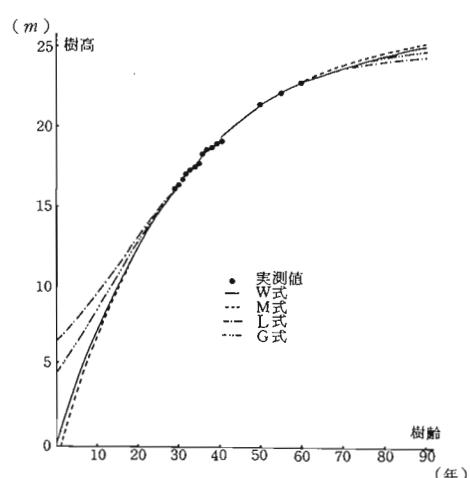


図-2 平均樹高へのあてはめ