

温暖多雨地域の森林における水文特性 (VI) — 降雨時の流出スペクトルの特徴と地下水流出成分の分離 —

森林総合研究所九州支所 清水 晃・宮縁 育夫
清水 貴範・小川 泰浩

1. はじめに

森林の水源涵養機能に対する社会的要請は災害の頻発による水土保全機能の見直しとともにますます増大している。このような要請に応じて森林の流出に関わる機能・特性を解明するため、森林総合研究所九州支所防災研究室では個別水文現象や森林気象要素の観測を目的として1991年に熊本県鹿北町の国有林内に熊本営林局と共同でスギ人工林を主体とする流域試験地を設定した。この試験地において平年並みの降水量を記録した1996年の降雨・流出データを対象に降雨時における流出スペクトルの特徴と地下水流出(遅い流出)の分離を検討したので報告する。

2. 解析方法と考察

対象流域は鹿北町に設定した鹿北流域試験地である。流域の地質は結晶片岩で、主林木は谷筋でスギ(40年前後)、尾根部でヒノキ(若齢林主体)である。詳細な地形や植生は前報までに報告している^{1,2)}。この流域では、降水量、流域流出量の測定施設を設け、降雨流出過程を観測するための基礎データを蓄積している。本報では、この基本的な測定要素である降水量と流出データを対象に降雨時の流出特性をスペクトル解析の適用により検討し、さらに、水源涵養機能の基盤となる長期流出要素(地下水流出)の成分分離をフィルター分離AR法を用いて行った。以下、その解析方法を説明する。

1) 降雨時の流出スペクトルの解析

一般に、パワースペクトル密度関数は以下の式で定義される³⁾。

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} X(f) X^*(f) \right] \quad (1)$$

$X(f)$ はフーリエ成分で、周波数 f の波の振幅であり、 $|X(f)|^2$ はその強さ・エネルギーを表している。また、 $X^*(f)$ は $X(f)$ と共役関係にある。確率変数の場合にはパワースペクトル密度関数はこのエネルギーについて期待値をとって定義されている。次にクロススペクトルと相互相関関数についての定義を示す。クロススペク

トルは(1)式と類似の形式で以下のように定義される。

$$S_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2\pi}{T} X^*(\omega) Y(\omega) \right] \quad (2)$$

ここで、 2π が導入されているが、これは角周波数 ω を f の代わりに使ったためであり、 ω は次のように定義される。

$$\omega = 2\pi f$$

このように定義されたクロススペクトルは一般に複素数なので、 $K_{xy}(\omega)$ と $Q_{xy}(\omega)$ によりクロススペクトルの実部と虚部を表し、 $K_{xy}(\omega)$ をコスペクトル、 $Q_{xy}(\omega)$ をクオドラチャスペクトルと呼ぶ。

すなわち、

$$S_{xy}(\omega) = K_{xy}(\omega) - iQ_{xy}(\omega) \quad (3)$$

となる。クロススペクトルは上記のように複素関数なので実用上便利なコヒーレンスとフェイズを以下に定義して使用する。コヒーレンス $\text{coh}^2(\omega)$ は

$$\text{coh}^2(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega)S_y(\omega)} = \frac{K_x^2(\omega) + Q_x^2(\omega)}{S_x(\omega)S_y(\omega)} \quad (4)$$

と定義されるが、本報ではコヒーレンシー $\text{coh}(\omega)$ を使用する。

なお、 $S_x(\omega)$ と $S_y(\omega)$ は $x(t)$ 、 $y(t)$ のスペクトルを表す。また、フェイズ $\theta_{xy}(\omega)$ は

$$\theta_{xy}(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{Q_{xy}(\omega)}{K_{xy}(\omega)} \right) \quad (5)$$

である。フェイズ $\theta_{xy}(\omega)$ は変動 x と y の ω 成分である $X(\omega)$ と $Y(\omega)$ との位相角を意味し、これを ω で除した τ_{xy} は

$$\tau_{xy} = \frac{\theta_{xy}(\omega)}{\omega} \quad (6)$$

であり、2つの変動間の時間遅れを表す。最後に相互相関関数 $C_{xy}(\tau)$ を定義する。

$$C_{xy}(\omega) = \overline{x(t)y(t+\tau)} \quad (7)$$

また、相互相関関数はクロススペクトルと以下の関

Akira SHIMIZU, Yasuo MIYABUCHI, Takanori SHIMIZU and Yasuhiro OGAWA (Kyushu Res. Ctr., For. and Forest Prod. Res. Inst., Kumamoto 860-0862)

On the research of hydrologic phenomenon in warm-temperate regions (VI) Spectral analysis of runoff in rainfall event and separation of ground water runoff

係にある。

$$C_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (8)$$

すなわち、相互相関関数はクロススペクトルの逆フーリエ変換であることがわかる。

以上のスペクトルに関わる計算には高速フーリエ変換(FFT)および最大エントロピー法(MEM)を使用した。計算に用いたデータは1996年の3月と5月の降雨イベントのもので、降水量、流出量を10分間隔で算出し、まず、流出量のみについてそのパワースペクトルを求めた。図-1, 2に示すように周波数の低い部分に強いピークが見られる結果となった。その他のピークは降雨強度に対応するものと考えられ、2つの降雨で異なっている。次に、降水量と流出量の両方の関係をクロススペクトルと相互相関関数により検討した。これについては、コヒーレンシーの高かった5月の結果を図3, 4, 5に示した。図-3では高周波数域に向かって値が上昇しており、図-4のフェイズについてはこの部分を考察する。すなわち、フェイズが1.4では(6)式から約5分程度の位相遅れが計算される。図-5では相互相関の最大値が20分遅れの位置になっており、上記の図-4の結果とあわせて本流域では降雨に対する流出の相関は20分前後の比較的早いものと考えられた。

2) 長期流出成分(地下水流出成分)の分離

日野等のフィルター分離AR法⁹⁾に従って成分分離を行った。この方法ではまず、流出を地下水流出成分と表面・中間流出とに分けて分離された流出成分毎にパラメータの同定を行うことになっている。流出成分の分離は洪水減衰部の減衰傾向を以下の式に当てはめて分離の時定数を得ることから始まる。

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{T_c}}$$

T_c は分離の時定数で減衰部の片対数プロットから得られる。次に日野の作成した低周波の片側作用フィルターのパラメータを T_c と無次元減衰係数 δ から求める。このようにして求められたフィルターを使って地下水成分を分離し、以下のARMA(自己帰帰—移動平均)式の係数を計算する。

$$y_t^n = a_1 y_{t-1}^n + a_2 y_{t-2}^n + a_3 y_{t-3}^n + \dots + a_p y_{t-p}^n + b \lambda x_t^n + \varepsilon_t^n$$

実際の系の応答はAR式からMA式(応答関数:単位図)に変換して検討する。この単位図の形や応答時間などを判断してAR係数の採用を決める。計算に使用したデータは1996年の降雨イベントから総雨量40mm以上のものを選定した。降水量および流出量は時間単位で集計したものをを使用した。なお、03.15Bは計算範囲をずらしたものである。同定した単位図は図-6に示すように全般に類似した減衰傾向を呈した。ピークの発生時期については若干のずれが見られたが、同定時の安定性等を考慮すると10.16の単位図が流域の基本的な状況を再現していると考えられた。

引用文献

- (1) 清水 晃ほか:日林九支研論, 47, 225~226, 1994
- (2) —————:日林九支研論, 48, 183~184, 1995
- (3) 日野幹雄著:スペクトル解析, pp.300, 朝倉書店, 東京, 1977
- (4) 日野幹雄・長谷部正彦著:水文流出解析, pp.254, 森北出版, 東京, 1994

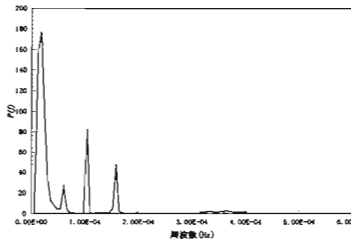


図-1 10分間流出量のスペクトル (1996.03.15-3.16)

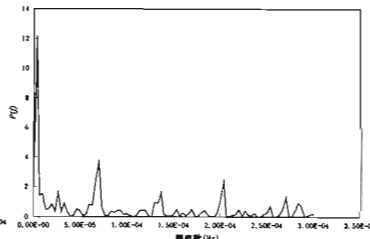


図-2 10分間流出量のスペクトル (1996.05.29-06.01)

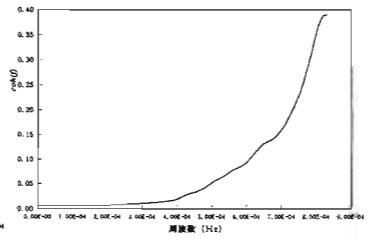


図-3 10分間降水量と10分間流量とのコヒーレンシー(1996.05.29-06.01)

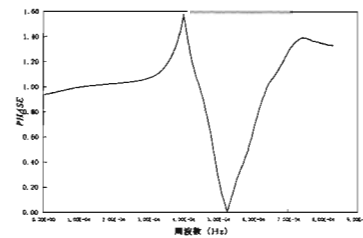


図-4 10分間降水量と10分間流量との位相角(1996.05.29-06.01)

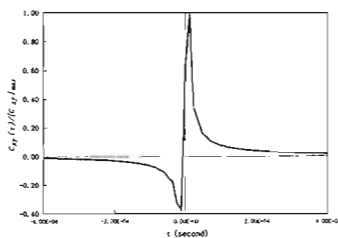


図-5 10分間降水量と10分間流量との相互相関(1996.05.29-06.01)

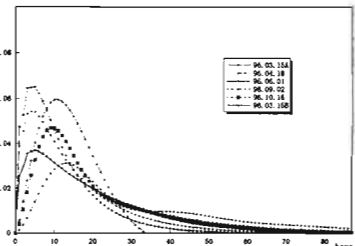


図-6 地下水流出成分の単位図